



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu EU peníze školám

Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.4.00/21.356
Šablona:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Název materiálu:	VY_32_INOVACE_20/07_Rovnice s neznámou ve jmenovateli
Autor:	Ludmila Flámová
Ročník:	9.
Datum vytvoření:	28. 2. 2014

Výstižný popis způsobu využití, metodické pokyny:	Žáci si procvičí si rovnice s neznámou ve jmenovateli a zopakují si lineární rovnice.
--	---

Klíčová slova:	Neznámá ve jmenovateli, rovnost, kořen rovnice.
Druh učebního materiálu:	pracovní list



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rovnice s neznámou ve jmenovateli

příklady k procvičování

1. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

a) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x} + \frac{4}{x} = 3$

b) $\frac{2}{x} + 1 = \frac{3}{x} + 4$

b) $\frac{2}{x} + \frac{3}{4x} - \frac{1}{x} = 1$

d) $\frac{2}{x} - \frac{5}{6} = \frac{2}{3x} + \frac{1}{2}$

2. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

a) $\frac{3r+1}{2(r-1)} = 2$

b) $\frac{2s-1}{s-4} = \frac{3}{5}$

b) $\frac{u+1}{-u+1} = -\frac{2}{3}$

d) $\frac{3(v-5)}{2v-3} = \frac{5}{3}$

3. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

a) $\frac{2}{t+3} = \frac{3}{t-2}$

b) $\frac{3}{m-6} = \frac{7}{m-9}$

c) $\frac{2}{2r-3} = \frac{3}{4r-5}$

d) $\frac{7}{4p+7} = \frac{5}{2p-1}$

4. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

a) $\frac{y+1}{y-2} = \frac{y-1}{y+2}$

b) $\frac{y+22}{y+12} = \frac{2y+9}{2y+3}$

c) $\frac{2z+3}{2z-1} = \frac{2z+1}{2z-3}$

d) $\frac{z-3}{2z-5} = \frac{z-4}{1+2z}$

5. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

a) $\frac{x+2}{x+3} + \frac{2-x}{x-3} = \frac{5}{x^2-9}$

b) $\frac{x+3}{4} - \frac{3}{x+3} = \frac{2x-3}{8}$

c) $\frac{6(x-4)}{8x-2(3x+4)} = 3$

d) $\frac{9(2-x)}{7x-4(3x-1)} = 2$

6. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

$$\text{a) } \frac{x+3}{x-1} + \frac{x+1}{x-3} = 2$$

$$\text{b) } \frac{x+2}{x-1} + \frac{x+1}{x-2} = 2$$

$$\text{c) } \frac{\frac{x-1}{5-2}}{x-3} = 10$$

$$\text{d) } \frac{\frac{x-1}{4-3}}{x+2} = \frac{1}{4}$$

7. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

$$\text{a) } \frac{6}{z+2} + \frac{z+2}{2-z} + \frac{z}{z^2-12} = 0$$

$$\text{b) } \frac{1}{x+4} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{3x+12}$$

$$\text{c) } \frac{5}{y-3} - \frac{8}{y+3} = \frac{3y-39}{y^2-9}$$

$$\text{d) } \frac{s}{s-5} + \frac{10}{s^2-10s+25} = 1$$

$$\text{e) } \frac{x+10}{x+7} = 2 + \frac{3}{x+7}$$

$$\text{f) } \frac{1}{x+4} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{3x+12}$$

Řešení:

1. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{x} + \frac{3}{x} + \frac{4}{x} &= 3 && / \cdot x \\ 2 + 3 + 4 &= 3x \\ 9 &= 3x && / : 3 \\ x &= 3; [x \neq 0] \end{aligned}$$

Zkouška:

$$L = \frac{2}{x} + \frac{3}{x} + \frac{4}{x} = \frac{2}{3} + \frac{3}{3} + \frac{4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$
$$P = 3 \qquad L = P$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{2}{x} + 1 &= \frac{3}{x} + 4 && \left[-\frac{1}{3}; x \neq 0 \right] \\ \text{c) } \frac{2}{x} + \frac{3}{4x} - \frac{1}{x} &= 1 && \left[\frac{7}{4}; x \neq 0 \right] \\ \text{d) } \frac{2}{x} - \frac{5}{6} &= \frac{2}{3x} + \frac{1}{2} && [1; x \neq 0] \end{aligned}$$

2. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x+5}{x-3} &= 1 && / \cdot (x-3) \\ x+5 &= x-3 && / -x-5 \\ 0 &= -8 \Rightarrow \text{nemá řešení ; } [x \neq 3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x+4}{x-2} &= 3 && [5; x \neq 2] \\ \text{c) } \frac{2x-3}{6-4x} &= -\frac{1}{2} && \left[x \in \mathbb{R}; x \neq \frac{3}{2} \right] \\ \text{d) } \frac{7x-9}{5x-4} &= 2 && \left[-\frac{1}{3}; x \neq \frac{4}{5} \right] \end{aligned}$$

3. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{t+3} &= \frac{3}{t-2} && / \cdot (t+3) \cdot (t-2) \\ 2(t-2) &= 3(t+3) \end{aligned}$$

$$2t - 4 = 3t + 9 \quad / -3t + 4$$

$$2t - 3t = 9 + 4$$

$$-t = 13 \quad / \cdot (-1)$$

$$t = -13; [t \neq -3; t \neq 2]$$

Zkouška:

$$L = \frac{2}{t+3} = \frac{2}{-13+3} = \frac{2}{-10} = -\frac{1}{5}$$

$$P = \frac{3}{t-2} = \frac{3}{-13-2} = \frac{3}{-15} = -\frac{1}{5} \quad L = P$$

b) $\frac{3}{m-6} = \frac{7}{m-9} \quad \left[\frac{15}{4}; m \neq 6; m \neq 9 \right]$

c) $\frac{2}{2r-3} = \frac{3}{4r-5} \quad \left[0,5; r \neq \frac{3}{2}; r \neq \frac{5}{4} \right]$

d) $\frac{7}{4p+7} = \frac{5}{2p-1} \quad \left[-7; p \neq -\frac{7}{4}; p \neq \frac{1}{2} \right]$

4. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

a) $\frac{y+1}{y-2} = \frac{y-1}{y+2} \quad / \cdot (y-2) \cdot (y+2)$

$$(y+1)(y+2) = (y-1)(y-2)$$

$$y^2 + y + 2y + 2 = y^2 - y - 2y + 2$$

$$y^2 + 3y + 2 = y^2 - 3y + 2 \quad / -y^2 + 3y - 2$$

$$3y + 3y = 0$$

$$6y = 0 \quad / : 6$$

$$y = 0; [y \neq \pm 2]$$

Zkouška:

$$L = \frac{y+1}{y-2} = \frac{0+1}{0-2} = -\frac{1}{2}$$

$$P = \frac{y-1}{y+2} = \frac{0-1}{0+2} = -\frac{1}{2} \quad L = P$$

b) $\frac{y+22}{y+12} = \frac{2y+9}{2y+3} \quad \left[3; y \neq -12; y \neq -\frac{3}{2} \right]$

c) $\frac{2z+3}{2z-1} = \frac{2z+1}{2z-3} \quad [\text{nemá řešení}; z \neq \frac{1}{2}; z \neq \frac{3}{2}]$

$$d) \frac{z-3}{2z-5} = \frac{z-4}{1+2z} \quad \left[\frac{17}{6}; z \neq \frac{5}{2}; z \neq -\frac{1}{2} \right]$$

5. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

$$a) \quad \frac{x+2}{x+3} + \frac{2-x}{x-3} = \frac{5}{\underbrace{x^2-9}_{=(x-3)(x+3)}} \quad / \cdot (x-3)(x+3)$$

$$\begin{aligned} (x+2)(x-3) + (2-x)(x+3) &= 5 \\ x^2 + 2x - 3x - 6 + 2x - x^2 + 6 - 3x &= 5 \\ -2x &= 5 & / : (-2) \\ x &= -\frac{5}{2}; [x \neq \pm 3] \end{aligned}$$

Zkouška:

$$L = \frac{x+2}{x+3} + \frac{2-x}{x-3} = \frac{-\frac{5}{2}+2}{-\frac{5}{2}+3} + \frac{2-\left(-\frac{5}{2}\right)}{-\frac{5}{2}-3} = \frac{-5+4}{-5+6} + \frac{4+5}{-5-6} = \frac{-1}{1} + \frac{9}{-11} = -\frac{1}{1} - \frac{9}{11} = -\frac{10}{11}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{1} + \frac{9}{2} \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) = (-1) + \left(-\frac{9}{11}\right) = -\frac{11+9}{11} = -\frac{20}{11}$$

$$P = \frac{5}{x^2-9} = \frac{5}{\left(-\frac{5}{2}\right)^2-9} = \frac{5}{\frac{25-36}{4}} = \frac{5}{1} \cdot \left(-\frac{4}{11}\right) = -\frac{20}{11} \quad L = P$$

$$b) \quad \frac{x+3}{4} - \frac{3}{x+3} = \frac{2x-3}{8} \quad \left[-\frac{1}{3}; x \neq -3 \right]$$

$$c) \quad \frac{6(x-4)}{8x-2(3x+4)} = 3 \quad [x \in \mathbb{R}; x \neq 4]$$

$$d) \quad \frac{9(2-x)}{7x-4(3x-1)} = 2 \quad [-10]$$

6. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

$$a) \quad \frac{x+3}{x-1} + \frac{x+1}{x-3} = 2 \quad / \cdot (x-1) \cdot (x-3)$$

$$\begin{aligned} (x+3)(x-3) + (x+1)(x-1) &= 2(x-1)(x-3) \\ x^2 - 9 + x^2 - 1 &= 2x^2 - 2x - 6x + 6 \\ 2x^2 - 10 &= 2x^2 - 8x + 6 & / -2x^2 + 8x + 10 \end{aligned}$$

$$8x = 6 + 10$$

$$8x = 16 \quad / : 8$$

$$x = 2; [x \neq 1; x \neq 3]$$

Zkouška:

$$L = \frac{2+3}{2-1} + \frac{2+1}{2-3} = \frac{5}{1} + \frac{3}{-1} = 5 - 3 = 2$$

$$P = 2 \quad L = P$$

$$b) \frac{x+2}{x-1} + \frac{x+1}{x-2} = 2 \quad [1, 5; x \neq 1; x \neq 2]$$

$$c) \frac{\frac{x-1}{5}}{x-3} = 10 \quad [4; x \neq 3]$$

$$d) \frac{\frac{x-1}{4}}{x+2} = \frac{3}{4} \quad [\text{nemá řešení}; x \neq -2]$$

7. Řešte rovnice, určete podmínky, při kterých mají lomené výrazy smysl a proveďte zkoušku:

$$a) \frac{6}{z+2} + \frac{z+2}{\underbrace{2-z}_{/(-1)=z-2}} + \frac{z}{z-2} = 0 \quad / \cdot (z+2) \cdot (z-2)$$

$$6(z-2) - [(z+2)(z+2)] + z(z+2) = 0$$

$$6z - 12 - [z^2 + 4z + 4] + z^2 + 2z = 0$$

$$8z + z^2 - 12 - z^2 - 4z - 4 = 0$$

$$4z - 16 = 0$$

$$4z = 16 \quad / : 4$$

$$z = 4; [z \neq \pm 2]$$

Zkouška:

$$L = \frac{6}{z+2} + \frac{z+2}{2-z} + \frac{z}{z-2} = \frac{6}{4+2} + \frac{4+2}{2-4} + \frac{4}{4-2} = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$P = 0 \quad L = P$$

$$b) \frac{1}{x+4} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{3x+12} \quad \left[-\frac{4}{3}; x \neq -4; x \neq 0 \right]$$

$$c) \frac{5}{y-3} - \frac{8}{y+3} = \frac{3y-39}{y^2-9} \quad [13; x \neq \pm 3]$$

$$d) \frac{s}{s-5} + \frac{10}{s^2-10s+25} = 1$$

$$[s = 3; s \neq 5]$$

$$e) \frac{x+10}{x+7} = 2 + \frac{3}{x+7}$$

[nemá řešení; $x \neq -7$]

$$f) \frac{7}{4y} - \frac{1}{12y} = \frac{3}{y} - 2$$

$$\left[y = \frac{2}{3}; y \neq 0 \right]$$

Použité zdroje:

- BĚLOUN A KOLEKTIV, František. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu. 8.* upravené vydání. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-104-3.
- PŮLPÁN, Zdeněk, Michal ČIHÁK a Josef TREJBAL. *Matematika pro základní školy 9: algebra.* 1. vydání. Praha: SPN, 2009. ISBN 978-80-7235-487-0.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ