



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu EU peníze školám

Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.4.00/21.356
Šablona:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Název materiálu:	VY_32_INOVACE_06/07_002_Úlohy o práci a výkonu lidí i stroj
Autor:	Ludmila Flámová
Ročník:	8.
Datum vytvoření:	11. 2. 2014

Výstižný popis způsobu využití, metodické pokyny:	Žáci si procvičí řešení a sestavování rovnic o společné práci (rovnice o jedné neznámé).
--	--

Klíčová slova:	Slovní úloha o práci, společná práce, lineární rovnice, kořen rovnice.
Druh učebního materiálu:	pracovní list



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úlohy o práci a výkonu lidí i strojů

příklady k procvičování

1. Na úseku nově budované silnice pokládají dva stroje různé výkonnosti asfaltový koberec. Položení asfaltového koberce jedním strojem by trvalo 78 hodin, druhým 91 hodin. Jak dlouho bude trvat práce při současném nasazení obou strojů?
2. Vodní nádrž by se naplnila prvním přívodem za 36 minut, druhým za 45 minut. Za jak dlouho se nádrž naplní, přitéká-li voda nejprve 9 minut prvním přívodem a pak oběma současně?
3. Závod A je schopen splnit zakázku za 12 dní, závod B tutéž zakázku za 18 dní. Za kolik dní bude splněna zakázka, jestliže první dva dny na ní pracuje jen závod A, zbývající dny pak oba závody?
4. V tepelné elektrárně je vytvořena určitá zásoba uhlí. Bude-li v činnosti pouze 1. elektrárenský blok, vystačí zásoba uhlí 24 dní. Bude-li v činnosti jen 2. elektrárenský blok, vystačí zásoba 30 dní, a bude-li v činnosti jen 3. elektrárenský blok, vystačí zásoba 20 dní. Určete, na kolik dní vystačí zásoba uhlí, budou-li v činnosti současně všechny tři elektrárenské bloky.
5. Bubnovou sekačkou je možno posekat louku u potoka za 25 minut, lištovou sekačkou za 35 minut. Obě sekačky začaly tuto louku sekat společně v 6 hodin ráno. V kolik hodin dokončily její sekání?
6. Děda a jeho dva vnuci sekali kosami horskou louku na svahu u jejich chalupy. Děda si z předchozího sekání pamatuje, že ji sám posekal za 6 hodin. Každému z vnuků by sekání celé louky trvalo 4 hodiny. Do sekání louky se pustili společně ráno v 7 hodin. V kolik hodin sekání louky skončili?
7. Podle norem bylo spočítáno, že pole po sklizni brambor je 6 oracích souprav schopno zorat za 8 hodin. Všechny soupravy začaly orat společně. Po 2 hodinách společné orby se musely z rozhodnutí agronoma 2 soupravy přemístit na orání pole po sklizni řepy. Za kolik hodin celkem bylo pole po sklizni brambor zoráno?
8. Nejvýkonnějším kombajnem je možné sklidit pšenici z pole u lesa za 3 směny. Kombajnem s průměrnou výkonností je možné pšenici z téhož pole sklidit za 4 směny a kombajnem s nejmenší výkonností za 5 směn. Za kolik směn při společné sklizni všemi třemi kombajny je možné sklidit pšenici z pole za vsí, jehož výměra je dvakrát větší než výměra pole u lesa.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešení:

1. Na úseku nově budované silnice pokládají dva stroje různé výkonnosti asfaltový koberec. Položení asfaltového koberce jedním strojem by trvalo 78 hodin, druhým 91 hodin. Jak dlouho bude trvat práce při současném nasazení obou strojů?

Rozbor:

	Pracovní doba potřebná k položení celého asfaltového koberce [h]	Část koberce položená za 1 h	Pracovní doba [h]	Část koberce položená v pracovní době
1. stroj	78	$\frac{1}{78}$	x	$\frac{1}{78} \cdot x = \frac{x}{78}$
2. stroj	91	$\frac{1}{91}$	x	$\frac{1}{91} \cdot x = \frac{x}{91}$

Celý asfaltový koberec = 1 celek

Výpočet:

$$\frac{x}{78} + \frac{x}{91} = 1 \quad / \cdot 546$$

$$6x + 7x = 546$$

$$13x = 546 \quad / : 13$$

$$x = 42[h]$$

Zkouška:

$$1. \text{ stroj položí: } \frac{x}{78} = \frac{42}{78} = \frac{21}{39} = \frac{7}{13}$$

$$2. \text{ stroj položí: } \frac{x}{91} = \frac{42}{91} = \frac{6}{13}$$

Oba stroje společně položí:

$$\frac{7}{13} + \frac{6}{13} = \frac{13}{13} = 1 \text{ (celek)}$$

Zkouška jinak:

Kolikrát lze vložit část koberce položeného oběma stroji za 1 hodinu, tj. $\left(\frac{1}{78} + \frac{1}{91}\right)$ do jednoho celku (jednoho celého asfaltového koberce), tolik hodin bude trvat položení celého asfaltového koberce.

$$1: \left(\frac{1}{78} + \frac{1}{91}\right) = 1: \frac{6+7}{546} = 1: \frac{13}{546} = 1 \cdot \frac{546}{13} = 42[h]$$

Odpoověď: Při současném nasazení obou strojů bude práce trvat 42 hodin.

2. Vodní nádrž by se naplnila prvním přívodem za 36 minut, druhým za 45 minut. Za jak dlouho se nádrž naplní, přitéká-li voda nejprve 9 minut prvním přívodem a pak oběma současně?

Rozbor:

	Doba potřebná k naplnění celé nádrže [min]	Část nádrže naplněná za 1 min	Doba plnění [h]	Část nádrže naplněná v době plnění
1. přívod	36	$\frac{1}{36}$	$x+9$	$\frac{1}{36} \cdot (x+9) = \frac{x+9}{36}$
2. přívod	45	$\frac{1}{45}$	x	$\frac{1}{45} \cdot x = \frac{x}{45}$

Celá nádrž = 1 celek

Výpočet:

$$\frac{x+9}{36} + \frac{x}{45} = 1 \quad / \cdot 180$$

$$5(x+9) + 4x = 180$$

$$5x + 45 + 4x = 180 \quad / - 45$$

$$9x = 180 - 45$$

$$9x = 135 \quad / : 9$$

$$x = 15 \text{ [min]}$$

9 minut voda přitéká pouze 1. přívodem a pak oběma současně \Rightarrow nádrž se naplní oběma přívody za: $x+9 = 15+9 = 24$ [min]

Zkouška:

1. přívodem se naplní: $\frac{x+9}{36} = \frac{15+9}{36} = \frac{24}{36} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

2. přívodem se naplní: $\frac{x}{45} = \frac{15}{45} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Oběma přívody společně se naplní: $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$ (celek)

Odpověď: Nádrž se naplní za 24 minut .

3. Závod A je schopen splnit zakázku za 12 dní, závod B tutéž zakázku za 18 dní. Za kolik dní bude splněna zakázka, jestliže první dva dny na ní pracuje jen závod A, zbývající dny pak oba závody?

[za 8 dní]

4. V tepelné elektrárně je vytvořena určitá zásoba uhlí. Bude-li v činnosti pouze 1. elektrárenský blok, vystačí zásoba uhlí 24 dní. Bude-li v činnosti jen 2. elektrárenský blok, vystačí zásoba 30 dní, a bude-li v činnosti jen 3. elektrárenský blok, vystačí

zásoba 20 dní. Určete, na kolik dní vystačí zásoba uhlí, budou-li v činnosti současně všechny tři elektrárenské bloky.

[8 dní]

5. Bubnovou sekačkou je možno posekat louku u potoka za 25 minut, lištovou sekačkou za 35 minut. Obě sekačky začaly tuto louku sekat společně v 6 hodin ráno. V kolik hodin dokončily její sekání?

[za 14,58 min – asi ve čtvrt na sedm]

6. Děda a jeho dva vnuci sekali kosami horskou louku na svahu u jejich chalupy. Děda si z předchozího sekání pamatuje, že ji sám posekal za 6 hodin. Každému z vnuků by sekání celé louky trvalo 4 hodiny. Do sekání louky se pustili společně ráno v 7 hodin. V kolik hodin sekání louky skončili?

Rozbor:

	Pracovní doba potřebná k posekání celé louky [h]	Část louky posekané za 1 h	Pracovní doba [h]	Část louky posekané v pracovní době
Děda	6	$\frac{1}{6}$	x	$\frac{1}{6} \cdot x = \frac{x}{6}$
1. vnuk	4	$\frac{1}{4}$	x	$\frac{1}{4} \cdot x = \frac{x}{4}$
2. vnuk	4	$\frac{1}{4}$	x	$\frac{1}{4} \cdot x = \frac{x}{4}$

Celá louka = 1 celek

Začali sekat v 7 hodin ráno.

Výpočet:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} + \frac{x}{4} = 1 \quad / \cdot 12$$

$$2x + 3x + 3x = 12$$

$$8x = 12 \quad / : 8$$

$$x = \frac{12}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2} [h]$$

Začali pracovat v 7 hodin a pracovali společně $1\frac{1}{2} [h] \Rightarrow$ práci skončili v:

$$7 + 1\frac{1}{2} = 8\frac{1}{2} [h] = 8 \text{ hodin } 30 \text{ minut.}$$

Zkouška:

Děda posekal: $\frac{x}{6} = \frac{1\frac{1}{2}}{6} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{12}$

1. vnuk posekal: $\frac{x}{4} = \frac{1\frac{1}{2}}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

2. vnuk posekal: $\frac{x}{4} = \frac{1\frac{1}{2}}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

Všichni společně posekali: $\frac{3}{12} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3}{24} = \frac{24}{24} = 1$ (celek)

Zkouška jinak:

Kolikrát lze vložit část louky posekané dědou a oběma vnuky za 1 hodinu, tj. $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)$ do jednoho celku (jedné celé louky), tolik hodin bude trvat posekání celé louky.

$$1 : \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = 1 : \frac{2+3+3}{12} = 1 : \frac{8}{12} = 1 \cdot \frac{12}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2} [h]$$

Odpověď: Děda a jeho dva vnuci skončili sekání v 8 hodin 30 minut.

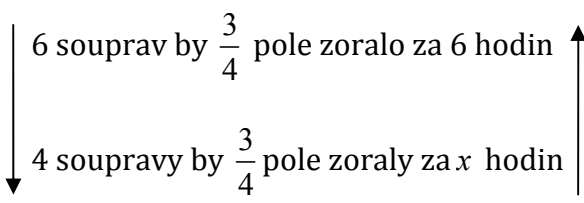
7. Podle norem bylo spočítáno, že pole po sklizni brambor je 6 oracích souprav schopno zorat za 8 hodin. Všechny soupravy začaly orat společně. Po 2 hodinách společné orby se musely z rozhodnutí agronoma 2 soupravy přemístit na orání pole po sklizni řepy. Za kolik hodin celkem bylo pole po sklizni brambor zoráno?

Rozbor:

6 oracích souprav zoře za 1 hodinu $\frac{1}{8}$ pole

6 oracích souprav zoře za 2 hodiny $2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ pole

Po 2 hodinách zbývá zorat $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ pole



NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

$$\frac{x}{6} = \frac{6}{4} \quad / \cdot 12$$

$$2x = 18 \quad / : 2$$

$$x = 9 \text{ [h]}$$

2 hodiny + 9 hodin = 11 hodin

Zkouška:

V prvních dvou hodinách byla zorána $\frac{1}{4}$ pole.

V dalších 9 hodinách byly zorány $\frac{3}{4}$ pole: $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ (celé pole určené k zorání).

Odpověď: Pole bylo po sklizni brambor zoráno za 11 hodin.

8. Nejvýkonnějším kombajnem je možné sklidit pšenici z pole u lesa za 3 směny. Kombajnem s průměrnou výkonností je možné pšenici z téhož pole sklidit za 4 směny a kombajnem s nejmenší výkonností za 5 směn. Za kolik směn při společné sklizni všemi třemi kombajny je možné sklidit pšenici z pole za vsí, jehož výměra je dvakrát větší než výměra pole u lesa.

Rozbor:

	Pracovní doba potřebná ke sklizni pšenice z celé výměry [směna]	Část výměry sklizené za 1 směnu	Pracovní doba [směna]	Část výměry sklizené v pracovní době
1. kombajn	3	$\frac{1}{3}$	x	$\frac{1}{3} \cdot x = \frac{x}{3}$
2. kombajn	4	$\frac{1}{4}$	x	$\frac{1}{4} \cdot x = \frac{x}{4}$
3. kombajn	5	$\frac{1}{5}$	x	$\frac{1}{5} \cdot x = \frac{x}{5}$

Celá výměra = 2 celky

Výpočet:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 2 \quad / \cdot 60$$

$$20x + 15x + 12x = 120$$

$$47x = 120 \quad / : 47$$

$$x = 2,553 \approx 2,55 \text{ [směny]} = \text{necelé } 3 \text{ [směny]}$$

Zkouška:

1. kombajn sklídlil: $\frac{x}{3} = \frac{2,55}{3} = 0,85$

2. kombajn sklídlil: $\frac{x}{4} = \frac{2,55}{4} = 0,637$

3. kombajn sklídlil: $\frac{x}{5} = \frac{2,55}{5} = 0,51$

Všichni společně sklídlili: $0,85 + 0,637 + 0,51 = 1,997 \approx 2$ (celky)

Zkouška jinak:

Kolikrát lze vložit část výměry sklizené všemi třemi kombajny za 1 směnu, tj. $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$

do dvou celků (dvou celých polí), tolik směn bude trvat sklizení celých dvou polí.

$$2 : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) = 1 : \frac{20+15+12}{60} = 2 : \frac{47}{60} = 2 \cdot \frac{60}{47} = \frac{120}{47} = 2,553 \approx 2,55 [\text{směny}]$$

Odpověď: Pšenici je možné všemi třemi kombajny sklídlit za necelé 3 směny.

Použité zdroje:

- BĚLOUN A KOLEKTIV, František. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu. 8. upravené vydání.* Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-104-3.
- PŮLPÁN, Zdeněk, Michal ČIHÁK a Josef TREJBAL. *Matematika pro základní školy: 8, algebra.* 1. vydání. Praha: SPN, 2009. ISBN 978-80-7235-419-1.
- KINDL, Karel. *Sbírka úloh z algebry pro 7. a 8. ročník.* 2. nezměněné vydání. Praha: SPN, 1962. Pomocné knihy pro žáky. ISBN 15-020-62.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ