



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Výukový materiál zpracovaný v rámci projektu EU peníze školám

Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.4.00/21.356
Šablona:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Název materiálu:	VY_32_INOVACE_18/07_Početní výkony s lomenými výrazy
Autor:	Ludmila Flámová
Ročník:	9.
Datum vytvoření:	26. 2. 2014

Výstižný popis způsobu využití, metodické pokyny:

Žáci si procvičí úpravy lomených výrazů. Využití všech základních operací s lomenými výrazy – úprava pomocí vzorců, vytýkání, krácení, sčítání, odčítání, násobení, dělení. Řešením je i uvedení podmínek, kdy má daný výraz smysl.

Klíčová slova:	Lomený výraz, vytýkání, algebraické úpravy.
Druh učebního materiálu:	pracovní list



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

POČETNÍ ÚKONY S LOMENÝMI VÝRAZY

Sčítání a odčítání. Násobení a dělení. Umocňování.

1. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

a) $\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1}$

b) $\frac{b+2}{b-2} - \frac{b+1}{2-b}$

c) $\frac{3c-1}{c-2} - \frac{1-3c}{2+c}$

d) $\frac{2d+3}{d^2-1} - \frac{d+1}{1-d}$

2. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

a) $\frac{u^3+u^2}{u^2-1} \cdot (u-1)$

b) $\frac{18v}{30v+42} \cdot (5v+7)$

c) $\frac{4r^2+28rs+49s^2}{2r+7s} \cdot (2r-7s)$

d) $\frac{p-q}{4p^2-8pq+4q^2}$

3. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

a) $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$

b) $\left(1 - \frac{2}{x+1}\right)\left(1 - \frac{2}{1-x}\right)$

c) $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

d) $\left(1 + \frac{x}{y}\right)\left(1 - \frac{x}{y}\right)$

4. Umocněte:

a) $\left(-\frac{2m^2n}{3}\right)^3$

b) $\left(\frac{-r^2s^3}{2t}\right)^5$

c) $\left(6k^3 \cdot \frac{1}{2k}\right)^3$

d) $\left[u^4 \cdot \left(-\frac{2v}{u}\right)^3\right]^2$

5. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

b) $\frac{x^2-3xy}{x^3y} : \frac{x-3y}{4x^2y}$

b) $\frac{x^2-5xy}{3y} : \frac{10y-2x}{9xy}$

c) $\frac{x^2-6x+9}{3y-12} : \frac{x^2-9}{y-4}$

d) $\frac{2x-4y}{x+3} : \frac{x^2-4y^2}{2y+x}$

6. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

a)
$$\frac{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}{1 - \frac{1}{x+1}}$$

b)
$$\frac{\frac{r+s}{r-s} - \frac{r-s}{r+s} - \frac{4s^2}{r^2-s^2}}{1 - \frac{r}{r+s}}$$

Řešení:

1. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1} &= \frac{[(a+1)(a+1)] - [(a-1)(a-1)]}{(a-1)(a+1)} = \frac{(a+1)^2 - (a-1)^2}{a^2 - 1} = \\ &= \frac{a^2 + 2a + 1 - (a^2 - 2a + 1)}{a^2 - 1} = \frac{a^2 + 2a + 1 - a^2 + 2a - 1}{a^2 - 1} = \frac{4a}{a^2 - 1}; [a \neq \pm 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{b+2}{b-2} - \frac{b+1}{\underbrace{2-b}_{/:(-1)=b-2}} &= \frac{b+2 - [(b+1) \cdot (-1)]}{b-2} = \frac{b+2 - (-b-1)}{b-2} = \frac{b+2+b+1}{b-2} = \frac{2b+3}{b-2}, \\ & [b \neq 2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{3c-1}{c-2} - \frac{1-3c}{2+c} &= \frac{[(3c-1)(2+c)] - [(1-3c)(c-2)]}{\underbrace{(c-2)(2+c)}_{=(c+2)}} = \frac{(6c-2+3c^2-c) - (c-3c^2-2+6c)}{(c-2)(c+2)} = \\ &= \frac{5c+3c^2-2 - (-3c^2+7c-2)}{c^2-4} = \frac{5c+3c^2-2+3c^2-7c+2}{c^2-4} = \frac{6c^2-2c}{c^2-4} = \frac{2c(3c-1)}{c^2-4}; [c \neq \pm 2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2d+3}{\underbrace{d^2-1}_{=(d-1)(d+1)}} - \frac{d+1}{\underbrace{1-d}_{/:(-1)=d-1}} &= \frac{2d+3 - [(d+1)(d+1)(-1)]}{(d-1)(d+1)} = \frac{2d+3 - [(d^2+1)(-1)]}{(d^2-1)} = \\ \text{d) } &= \frac{2d+3 - [(d+1)^2(-1)]}{(d^2-1)} = \frac{2d+3 - [(d^2+2d+1)(-1)]}{(d^2-1)} = \frac{2d+3 - (-d^2-2d-1)}{(d^2-1)} = \\ &= \frac{2d+3+d^2+2d+1}{(d^2-1)} = \frac{d^2+4d+4}{(d^2-1)} = \frac{(d+2)^2}{(d^2-1)}; [d \neq \pm 1] \end{aligned}$$

2. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

$$\text{a) } \frac{u^3+u^2}{u^2-1} \cdot (u-1) = \frac{u^2(u+1)}{(u-1)(u+1)} \cdot (u-1) = u^2; [u \neq \pm 1]$$

$$\text{b) } \frac{18v}{30v+42} \cdot (5v+7) = \frac{18v}{6(5v+7)} \cdot (5v+7) = \frac{18v}{6} = 3v; \left[v \neq -\frac{5}{7} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{4r^2 + 28rs + 49s^2}{2r + 7s} \cdot (2r - 7s) &= \frac{(2r + 7s)^2}{2r + 7s} \cdot (2r - 7s) = \frac{(2r + 7s)(2r + 7s)}{2r + 7s} \cdot (2r - 7s) = \\ &= (2r + 7s)(2r - 7s) = 4r^2 - 49s^2; \left[r \neq -\frac{7}{2}s \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{p - q}{4p^2 - 8pq + 4q^2} &= \frac{p - q}{(2p - 2q)^2} \cdot 2p(2p - 2q) = \frac{p - q}{(2p - 2q)(2p - 2q)} \cdot 2p(2p - 2q) = \\ &= \frac{p - q}{(2p - 2q)} \cdot 2p = \frac{p - q}{2(p - q)} \cdot 2p = p; [p \neq q] \end{aligned}$$

3. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

$$\text{a) } \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 - \frac{1}{x}\right) = \frac{x+1}{x} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{x^2 - 1}{x^2}; [x \neq 0]$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left(1 - \frac{2}{x+1}\right) \left(1 - \frac{2}{1-x}\right) &= \frac{x+1-2}{x+1} \cdot \frac{1-x-2}{1-x} = \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{-x-1}{1-x} = \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{(-1)(-x-1)}{(-1)(1-x)} = \\ &= \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x-1} = 1; [x \neq \pm 1] \end{aligned}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{y+x}{xy} = \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2}; [x \neq 0; y \neq 0]$$

$$\text{d) } \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) = \frac{y+x}{y} \cdot \frac{y-x}{y} = \frac{y^2 - x^2}{y^2}; [y \neq 0]$$

4. Umocněte:

$$\text{a) } \left(-\frac{2m^2 n}{3}\right)^3 = -\frac{8m^6 n^3}{27}$$

$$\text{b) } \left(\frac{-r^2 s^3}{2t}\right)^5 = \frac{-r^{10} s^{15}}{32t^5}; [t \neq 0]$$

$$\text{c) } \left(6k^3 \cdot \frac{1}{2k}\right)^3 = (3k^2)^3 = 27k^6; [k \neq 0]$$

$$\text{d) } \left[u^4 \cdot \left(-\frac{2v}{u}\right)^3\right]^2 = \left[u^4 \cdot \left(-\frac{8v^3}{u^3}\right)\right]^2 = [u \cdot (-8v^3)]^2 = 64u^2 v^6; [u \neq 0]$$

5. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

$$a) \frac{x^2 - 3xy}{x^3 y} : \frac{x - 3y}{4x^2 y} = \frac{x \cdot (x - 3y)}{x^3 y} \cdot \frac{4x^2 y}{x - 3y} = 4; x \neq 0; x \neq 3y; [y \neq 0]$$

$$b) \frac{x^2 - 5xy}{3y} : \frac{10y - 2x}{9xy} = \frac{x \cdot (x - 5y)}{3y} \cdot \frac{9xy}{2(5y - x)} = \frac{x \cdot (5y - x)(-1)}{3y} \cdot \frac{9xy}{2(5y - x)} = \\ = \frac{-3x^2}{2}; [x \neq 0; y \neq 0; x \neq 5y]$$

$$c) \frac{x^2 - 6x + 9}{3y - 12} : \frac{x^2 - 9}{y - 4} = \frac{(x - 3)^2}{3(y - 4)} \cdot \frac{y - 4}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{(x - 3)(x - 3)}{3(y - 4)} \cdot \frac{y - 4}{(x - 3)(x + 3)} = \\ = \frac{x - 3}{3(x + 3)}; [x \neq \pm 3; \pm y \neq 4]$$

$$d) \frac{2x - 4y}{x + 3} : \frac{x^2 - 4y^2}{2y + x} = \frac{2(x - 2y)}{x + 3} \cdot \frac{2y + x}{(x - 2y)(x + 2y)} = \frac{2}{x + 3}; [x \neq -3; x \neq \pm 2y]$$

6. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)(x+1) - [(x-1)(x-1)]}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1)}{(x-1)(x+1)} = \\ = \frac{1 - \frac{1}{x+1}}{\frac{x+1-1}{x+1}} = \frac{x}{x+1}$$

$$a) = \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x} = \frac{4x}{(x-1)} \cdot \frac{1}{x} = \frac{4}{(x-1)}; [x \neq 0; x \neq \pm 1]$$

$$\frac{r+s}{r-s} - \frac{r-s}{r+s} - \frac{4s^2}{r^2 - s^2} = \frac{(r+s)(r+s) - [(r-s)(r-s)] - 4s^2}{(r-s)(r+s)} = \\ = \frac{1 - \frac{r}{r+s}}{\frac{r+s-r}{r+s}} = \frac{r^2 + 2rs + s^2 - (r^2 - 2rs + s^2) - 4s^2}{(r-s)(r+s)} = \frac{r^2 + 2rs + s^2 - r^2 + 2rs - s^2 - 4s^2}{(r-s)(r+s)} \cdot \frac{r+s}{s} = \\ = \frac{4rs - 4s^2}{(r-s)(r+s)} \cdot \frac{r+s}{s} = \frac{4s(r-s)}{(r-s)(r+s)} \cdot \frac{r+s}{s} = 4; [r \neq \pm s; s \neq 0]$$

Použité zdroje:

- BĚLOUN A KOLEKTIV, František. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu. 8.* upravené vydání. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-104-3.